الهنـــــــــــــدسة في الفضـــــاء

التمرين 01 :

في الفضاء المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطة $A(1;2;-3)$ والشعاع $\vec{i}([illegible])$

1- اكتب معادلة المستوى (p) الذي يشمل A ويعامد $\vec{i}$.

2- تحقق أن النقطة $C(-1;1;1)$ لا تنتمي الي المستوي (p).

3- احسب المسافة بين النقطة C والمستوي (p)

4- احسب المسافة بين النقطة $D(1;0;1)$ والمستوي (p) ماذا تستنتج ؟

التمرين 02 :

في الفضاء نعتبر النقط : $A(-1;-1;-1)$ ، $B(2;3;-2)$ ، $C(-1;3;-1)$ والشعاع $\vec{i}(-3;[illegible])$.

1- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (OAB)

2- عين المعادلة الديكارتية للمستوي (p) الذي يشمل C ويكون $\vec{i}$ شعاعا ناظميا له .

3- عين نقط تقاطع المستوي (OAB) والمستوي (p) .

التمرين 03 :

في الفضاء المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط : $A(1;0;-1)$ ، $B(-1;4;1)$ ، $C(2;3;3)$ ، $D(2;1;5)$

1- بين أن الشعاع $\vec{i}([illegible])$ عمودي علي المستوي (ABC)

2- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3- بين أن $ABCD$ هو رباعي أوجه

4- احسب مساحة المثلث ABC .

5- احسب المسافة d بين النقطة D والمستوي (ABC) .

6- احسب حجم رباعي الأوجه $ABCD$

التمرين 04 :

في الفضاء المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط : $A(3;-1;2)$ ، $B(4;-1;-1)$ ، $C(2;3;3)$

والمستوي (p) الذي معادلته الديكارتية : $x+y-1=0$

1- بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا

2- بين ان الشعاع $\vec{i}([illegible])$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم عين معادلة ديكارتية له

3- بين ان المستويين (p) و (ABC) متقاطعان .

4- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (p) و (ABC).

5- احسب المسافة بين O والمستقيم (Δ)

6- استنتج معادلة ديكارتية لسطح الكرة التي مركزها O والمماسة للمستقيم (Δ).

التمرين 05:

A ، B ، C ثلاث نقط من الفضاء حيث : $A(-1;2;0)$ ، $B(-3;4;2)$ ، $C(1;-2;-1)$

1) بين أن النقط A ، B ، C تعين مستوى.
2) عين الشعاع الناظمي للمستوي (ABC) .
3) عين المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC).
4) عين المسافة بين النقطة $D(1;2;-1)$ والمستوي (ABC).

التمرين 06:

نعتبر النقط : $A(1;0;-1)$ ، $B(2;2;3)$ ، $C(3;1;-2)$ ، $D(-4;2;1)$

1) أثبت أن المثلث ABC قائم ثم أحسب مساحته .
2) بين أن الشعاع $\vec{n}(2;$ [illegible] $)$ ناظمي للمستوي (ABC) .
3) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
4) عين حجم رباعي الوجوه $DABC$.

التمرين 07:

(P) و (Q) مستويان معادلتاهما : $(Q): x+y+z=0$ ، $(P): x+y-2z-1=0$

1. أثبت أن (P) و (Q) متعامدان .
2. عين المسافة بين النقطة $A(2;1;2)$ و كل من (P) و (Q) .
3. استنتج المسافة بين A و مستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q).

التمرين 08:

1. عين معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها النقطة $I(0;1;-1)$ ونصف قطرها 2 .
2. عين معادلة سطح الكرة (S') ذات القطر $[AB]$ حيث : $A(-1;2;1)$ ، $B(1;-6;-1)$.
3. عين معادلة المستوي المماس لسطح الكرة (S') في A .

التمرين 09:

1. عين مجموعة النقط (E) للنقط M حيث : $\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$
2. عين مجموعة النقط (F) للنقط M حيث : $\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=AB$
3. عين مجموعة النقط (G) للنقط M حيث : $\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين 10:

A ، B ، C ثلاث نقط من الفضاء عين في كل حالة مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

1. $\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right).\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)=0$
2. $\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right).\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)=0$
3. • $\overrightarrow{MA}$•

التمرين 11:

في الفضاء المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{j},\vec{i},\vec{k})$ نعتبر النقط : $A(1;4;1)$ ، $B(0;2;1)$ ، $C(1;6;0)$

وليكن سطح الكرة (S) التي مركزها $\omega(1;1;1)$ ونصف قطرها 3 .

1- بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .
2- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
3- اكتب معادلة سطح الكرة (S)
4- احسب $d(\omega;(ABC))$.
5- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من ω والعمودي علي (ABC)
6- بين أن المستوي (ABC) يقطع سطح الكرة (S) في دائرة (C) عين مركزها ونصف قطرها

التمرين 12:

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(3;1;3)$ و $B(-6;2;1)$ والمستوي ذو المعادلة :

$x+2y+2z=0$

	الجواب الأول	الجواب الثاني	الجواب الثالث
مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $\left\Vert 4\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\Vert=2$ هي :	مستوي من الفضاء	سطح كرة	مجموعة خالية
إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على (P) هي :	$\left(\frac{11}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{8}{3};\frac{1}{3};\frac{7}{3}\right)$	$\left(\frac{7}{3};-\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$
سطح الكرة ذو المركز B ونصف القطر 1	يقطع المستوي (P) في دائرة	مماس للمستوي (P)	لا يقطع المستوي (P)
المستقيم (d) مستقيم من الفضاء يشمل A وشعاع توجيهه $\vec{u}(1;2;-1)$ و (d') مستقيم معرف كما يلي : $(d'):\begin{cases}x=3+2t\\y=3+t\\z=t\end{cases}\quad ; \quad t\in\mathbb{R}$	من نفس المستوي ومتوازيان	من نفس المستوي ومتقاطعان	ليس من نفس المستوي

التمرين 13:

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطة $A\left(-1;2;3\right)$ و (D) مستقيم تمثيله الوسيطي

$$(D):\begin{cases} x=9+4t \\ y=6+t \\ z=2+2y \end{cases} \quad ; \quad t\in\mathbb{R}$$

1. عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل A وعمودي علي (D) .
2. تحقق أن النقطة $B\left(-3;3;-4\right)$ تنتمي إلى المستقيم (D) .
3. احسب المسافة d_B بين النقطة B والمستوي (P) .
4. عبر عن المسافة d بدلالة كل من d_B والطول AB واستنتج القيمة المضبوطة للمسافة d .
5. لتكن M نقطة من (D) ، أكتب AM^2 بدلالة t وأوجد إذن قيمة المسافة d .

التمرين 14:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط : $A\left(3;-2;2\right)$ ، $B\left(6;1;5\right)$ ، $C\left(6;-2;-1\right)$

1) أثبت أن المثلث ABC قائم في A .
2) ليكن (p) مستوي في الفضاء معادلته $x+y+z-3=0$ أثبت أنه عمودي علي (AB) في النقطة A .
3) عين معادلة المستوي (P') العمودي على (AC) ويشمل A .
4) لتكن $D\left(0;4;-1\right)$ نقطة من الفضاء اثبت أن (AD) عمودي علي المستوي (ABC) .
5) أحسب حجم رباعي الوجوه $ABDC$.
6) أثبت أن $BDC=\frac{\pi}{4}rad$.
7) أحسب مساحة BDC واستنتج المسافة بين A والمستوي (BDC) .

التمرين 15:

الفضاء منسوب الي معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{j},\vec{i},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطة : $A\left(2;0;2\right)$ والمستوي (P) ذو المعادلة : $x+y-z-3=0$

1- حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من A والعمودي علي المستوي (P)
2- حدد احاثيات B نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و (P)
3- نعتبر سطح الكرة (S) الذي مركزه النقطة A والذي يتقاطع مع المستوي (P) وفق الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها 2
4- حدد نصف قطر سطح الكرة (S)
5- اكتب معادلة ديكارتية للسطح (S)

شَكَوتُ إلى وَكيعٍ سُوءَ حِفظي......فَأرشدني إلى ترك المعاصي

التمرين 16:

في الفضاء المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط : $A\left(1;4;-5\right)$ ، $B\left(3;2;-4\right)$ ، $C\left(5;4;3\right)$ ، $D\left(-2;8;4\right)$

والشعاع $\vec{u}$ ([illegible])

1- بين أن : $x-2z-11=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$

2- حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(T\right)$ الذي يشمل النقطة D ويوازي $\vec{u}$

3- ليكن المستوي $\left(P\right)$ ذو المعادلة : $x-y-z-7=0$

أ- بين أن المستويين $\left(ABC\right)$ و يتقاطعان وفق مستقيم $\left(\Delta\right)$ تمثيله الوسيطي : $\left(t\in\mathbb{R}\right.$ $\begin{cases} x=11+2t \\ y=4+t \\ z=t \end{cases}$

ب- بين أن المستقيمين $\left(T\right)$ و $\left(\Delta\right)$ ليسا من نفس المستوي

4- تعطي النقطتان $E\left(3;0;-4\right)$ و $F\left(-3;3;5\right)$ ، تحقق أن $E\in\left(\Delta\right)$ و $F\in\left(T\right)$

5- لتكن $\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء حيث : • $\overrightarrow{ME}$ مع α عدد حقيقي

أ- جد بدلالة α معادلة ديكارتية لــ $\left(\Gamma\right)$ واستنتج أن $\left(\Gamma\right)$ مستوي ، و $\overrightarrow{EF}$ شعاع ناظمي له

ب- عين α حتي يكون $\left(\Gamma\right)$ المستوي المحوري للقطعة $\left[EF\right]$

التمرين 17:

في الفضاء المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

$x-y+z-11=0$ معادلة ديكارتية للمستوي $\left(p\right)$ الذي يمس سطح الكرة $\left(S\right)$ ذات المركز $A\left(1;-1;3\right)$

1) جد نصف قطر سطح الكرة $\left(S\right)$ ، ثم استنتج معادلة ديكارتية لـ $\left(S\right)$

2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(d\right)$ الذي يشمل A والعمودي علي $\left(p\right)$

3) لتكن النقطة H نقطة تماس $\left(S\right)$ والمستوي $\left(p\right)$ ، عين احداثيات H

4) عين احداثيات النقط المشتركة بين $\left(S\right)$ و حامل محور الفواصل

5) المستويان $\left(P_1\right)$ و $\left(p_2\right)$ معادلتيهما علي الترتيب : $x-y-2z-3=0$ و $2x+y-z-2=0$

– جد معادلة ديكارتية للمستوي الذي يشمل النقطة $B\left(3;-6;2\right)$ والعمودي علي المستويين $\left(P_1\right)$ و $\left(p_2\right)$

التمرين 18:

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(D\right)$ ومعادلة ديكارتية للمستوي $\left(p\right)$:

$$\left(p\right):x+2y-3z-1=0 \quad \text{و} \quad \left(D\right):\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=2-\lambda \\ z=-3-\lambda \end{cases} \quad ; \quad \lambda\in\mathbb{R}$$

أختر الجواب الصحيح في كل سطر من الجدول التالي :

	الجواب الأول	الجواب الثاني	الجواب الثالث
السطر 1	$A(-1;3;2)\in(D)$	$B(2;-1;-1)\in(D)$	$C(3;1;-4)\in(D)$
السطر 2	$\vec{u}(1;2;3)$ شعاع توجيه (D)	$\vec{v}(-2;1;1)$ شعاع توجيه (D)	$\vec{w}(3;1;4)$ شعاع توجيه (D)
السطر 3	(D) محتوي في (p)	(D) يوازي تماما (p)	(D) يقطع (p)
السطر 4	$A'(1;3;-2)\in(P)$	$B'(1;3;2)\in(P)$	$C'(1;3;-1)\in(P)$
السطر 5	المستوي (Q_1) الذي معادلته $x+2y-3z+1=0$ يعامد المستوي (p)	المستوي (Q_2) الذي معادلته $-4x+5y+2z+3=0$ يعامد المستوي (p)	المستوي (Q_3) الذي معادلته $-3x+2y-z-1=0$ يعامد المستوي (p)
السطر 6	المسافة بين النقطة $M(-1;-3;2)$ والمستوي (p) هي $\sqrt{14}$	المسافة بين النقطة $M(-1;-3;2)$ والمستوي (p) هي 14	المسافة بين النقطة $M(-1;-3;2)$ والمستوي (p) هي $2\sqrt{3}$

التمرين 19:

نعتبر النقط من الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته $2x+y-2z+4=0$ والنقط $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4;-2;5)$

1) بين أن النقط A ، B ، C تعين مستوي وبين أن هذا المستوي هو (P) .
2) بين أن المثلث ABC قائم .
3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل O ويعامد المستوي (P) .
4) احسب المسافة OK حيث K هي المسقط العمودي للنقطة O على (P) .
5) احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.
6) نسمي G مرجح الجملة $\{(O;3),(A;1),(B;1),(C;1)\}$.
   - I هي مركز ثقل المثلث ABC .بين أن G تنتمي إلى (OI) .
   - عين المسافة بين G والمستوي (P) .

التمرين 20:

نعتبر النقط من الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$: $A(1;-1;3)$ ، $B(0;3;1)$ ، $C(6;-7;-1)$ ، $D(2;1;3)$ ، $E(4;-6;2)$

1) أثبت أن E مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-1),(C;1)\}$.
2) عين المجموعة (γ) للنقط M من الفضاء حيث : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{21}$
3) بين أن النقط A ، B ، C تعين مستوي .

4) أثبت أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) ، ثم عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABD) .

5) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

6) عين إحداثيات H نقطة تقاطع (EC) و المستوي (ABD) .

7) أثبت أن المستوي (ABD) والمجموعة (γ) متقاطعان في دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

8) علما أن قيس الزاوية $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BA}\right)$ هو $\frac{\pi}{4}$ أحسب حجم رباعي الوجوه $EABD$.

9) عين معادلة كل من (P) و (P') المستويان المماسان للمجموعة (γ) والعموديان على المستقيم (EC) .

<u>التمرين 21:</u>

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A\,(2;1;3)$ ، $B\,(-3;-1;7)$ ، $C\,(3;2;4)$

I- بين أن A و B و C ليست على استقامة واحدة .

II- التمثيل الوسيطي للمستقيم (d) هو :

$$(d):\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-3t \\ z=4+t \end{cases} \quad ; \quad t\in\mathbb{R}$$

1- بين أن (d) يعامد المستوي (ABC) .

2- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

III- H هي تقاطع (d) و (ABC) .

1- بين أن H هي مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$.

2- عين الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (Γ_1) للنقط M من الفضاء حيث :

$$\left(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right)\bullet\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)=0$$

عين الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (Γ_2) للنقط M من الفضاء حيث : $\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$

<u>دورة 2012 ع ت</u>

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر المستوي (P) ذا المعادلة : $14x+16y+13z-47=0$

والنقط : $A\,(1;-2;5)$ ، $B\,(2;2;-1)$ ، $C\,(-1;3;1)$.

1) أ – تحقق ان النقط A ، B و C ليست في استقامية .

ب- بين ان المستوي (ABC) هو (P)

2) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

3) أ – اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[AB]$

ب- تحقق ان النقطة $D\left(-1;-2;\frac{1}{4}\right)$ تنتمي الى المستوي (Q)

ت- احسب المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB)

دورة 2013 ع ت

نعتبر في الفضاء المنسوب الي المعلم المتعامد المتجانس $\left(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa}\right)$ النقط : $A\left(-1;1;3\right)$ ، $B\left(1;0;-1\right)$ ، $C\left(2;-1;1\right)$،

$D\left(2;0;-1\right)$ والمستوي $\left(P\right)$ ذا المعادلة : $2y+z+1=0$ وليكن $\left(\Delta\right)$ المستقيم الذي تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+\beta \\ z=1-2\beta \end{cases}$ حيث

β وسيط حقيقي

1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(BC\right)$ ، ثم تحقق أن المستقيم $\left(BC\right)$ محتوي في المستوي $\left(P\right)$
2) بين أن المستقيمين $\left(\Delta\right)$و $\left(BC\right)$ ليسا من نفس المستوي
3) أ – احسب المسافة بين النقطة A والمستوي $\left(P\right)$

ب- بين أن D نقطة من $\left(P\right)$ ، وأن المثلث BCD قائم .

ت-بين أن $ABCD$ رباعي وجوه ، ثم احسب حجمه

دورة 2014 ع ت

الفضاء منسوب الي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa}\right)$ نعتبر النقط : $A\left(2;-1;1\right)$ ، $B\left(-1;2;1\right)$ ، $C\left(1;-1;2\right)$ ، $D\left(1;1;1\right)$

1) أ - تحقق أن النقط A ، B و C تعين مستويا

ب- بين أن $\vec{n}\left(1,1,1\right)$ هو شعاع ناظمي للمستوي $\left(ABC\right)$

ت- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$

2) لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A;1\right),\left(B;2\right),\left(C;-1\right)\right\}$

أ- احسب احداثيات G

ب- ولتكن $\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط M من الفضاء تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MD}\right\|$ بين أن $\left(\Gamma\right)$ هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $\left[GD\right]$

ت- اثبت أن معادلة $\left(\Gamma\right)$ هي : $6x-4y+2z+3=0$

3) بين أن المستويين يتقاطعان و $\left(\Gamma\right)$ وفق مستقيم $\left(\Delta\right)$ يطلب تعيين تمثيل وسيطي له

دورة 2015 ع ت

الفضاء منسوب الي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa}\right)$ نعتبر النقط : $A\left(2;1;0\right)$ ، $B\left(1;2;2\right)$ ، $C\left(3;3;1\right)$، $D\left(1;1;4\right)$

1) تحقق أن النقط A ، B و Cتعين مستويا وأن $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له .
2) بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع ، ثم تحقق أن مساحته هي $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ وحدة مساحة
3) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(\Delta\right)$ العمودي علي المستوي $\left(ABC\right)$ والذي يشمل النقطة D
4) النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D علي المستوي $\left(ABC\right)$

أ- عبن احداثيات النقطة E ثم احسب المسافة بين النقطة D والمستوي $\left(ABC\right)$

ب-عين مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان $\left(ABC\right)$ في النقطة E ونصف قطر كل منهما $\sqrt{3}$

5) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

دورة 2016 ع ت

الفضاء منسوب المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A\left(1;0;2\right)$ وشعاع توجيه له $\vec{u}\left(2,1,-1\right)$

وليكن (Δ') المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=\lambda \\ y=4+\lambda \\ z=2+\lambda \end{cases} \quad \left(\lambda\in\mathbb{R}\right)$

1) أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)

ب-بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي .

2) أ- بين أن النقطة $B\left(-1;3;1\right)$ هي المسقط العمودي للنقطة A علي المستقيم (Δ')

ب- تحقق أن المستقيم (AB) عمودي علي كل من المستقيمين (Δ) و (Δ') .

ت- استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ')

3) لتكن N نقطة إحداثياتها $\left(-2+t;2+t;t\right)$ حيث $\left(t\in\mathbb{R}\right)$ ولتكن h الدالة المعرفة علي $\mathbb{R}$ بـ : $h(t)=AN^2$

أ- بين أن النقطة N تنتمي الي المستقيم (Δ') ، ثم اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t

ب- استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي يكون من اجلها المسافة AN أصغر ما يمكن ، ثم قارن بين القيمة الصغري للدالة h والمسافة AB

دورة 2009 ت ر

1- نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط : $A\left(1;1;2\right)$ ، $B\left(1;0;-2\right)$ ، $C\left(-6;0;-1\right)$

- بين أن مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ التي تحقق : $MA^2-MB^2=1$ هي مستو عمودي علي المستقيم (AB) نرمز له بالرمز (P) يطلب تعيين معادلة ديكارتية له

2- لتكن S مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ التي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$

- بين S ان هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها ω ونصف قطرها R

3- G نقطة من الفضاء معرفة بالعلاقة : $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

أ- عين إحداثيات النقطة G ثم تأكد أنها تنتمي إلي S

ب- اكتب معادلة المستوي (Q) الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G

دورة 2010 ت ر

الفضاء منسوب الي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطتين : $A\left(3;-2;2\right)$ ، $B\left(0;4;-1\right)$

1. اكتب معادلة للمستوي (P_1) الذي يشمل A و $\vec{u}\left(1;0;-1\right)$ شعاع ناظمي له

2. (P_2) المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) ويعامد المستوي (P_1)

أ- بين أن $\vec{v}\left(1;1;1\right)$ شعاع ناظمي للمستوي (P_2)

ب- أكتب معادلة للمستوي (P_2)

3. نعتبر النقطتين C و D حيث $C\left(6;1;5\right)$ و D معرفة بـ : $\overrightarrow{CD}\left(0;-5;-6\right)$

أ- بين أن المثلث ACD قائم في A واحسب مساحته

ب- بين أن المستقيم (AB) عمودي علي المستوي (ACD)

ت- أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

دورة 2011 ت ر

الفضاء منسوب الي المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث :

$$A\left(2;0;1\right) \text{ ، } B\left(3;-2;0\right) \text{ ، } C\left(2;8;-4\right) \text{ ، } D\left(3;5;3\right)$$

1. بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا .
2. بين أن المستقيم $\left(CD\right)$ يعامد المستوي $\left(ABD\right)$
3. H المسقط العمودي للنقطة C علي المستقيم $\left(AB\right)$

أ- بين أن المستقيم $\left(AB\right)$ يعامد المستوي $\left(CDH\right)$

ب- عين معادلة للمستوي $\left(CDH\right)$ واكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(AB\right)$

ت- استنتج احداثيات النقطة H

4. احسب الاطوال DH ، CD ، AB ثم احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

هدية

أَلاَ بِالعِلـمِ نَنْتَصِـرُ وَنَأخُـذُ مِنـهُ بُرهَانـا

وَمَـن لِلعِلـمِ قَـدْ عَـادَى فَلَيْـسَ يُعَـدُّ إِنْسَانـا

فَيُمْـدَحُ فيـهِ أَتْقَانَـا وَيُقـدَحُ فيـهِ أَشْقَانـا

AISSA ZERROUKI